CH.III Inéquations du 1er degré dans R.

1. Introduction :

Connecte-toi sur le site de ***mathinverses*** et regarde la **1ère video** présente dans l'onglet Inéquations-> *propriétés des inégalités*
Ensuite, réponds aux questions ci-dessous ainsi qu'à celles se trouvant sous l'onglet « quizz et inscription »

Tu sais que 3 …… 7

- 9 …… -5

- 2 …… 8

a) Que deviennent ces inégalités si :

- on ajoute 9 aux deux membres ?
- on soustrait 21 aux deux membres ?
- on multiple les deux membres par 5 :
- on multiplie les deux membres par – 4 ?
- on divise les deux membres par 2 ?
- on divise les deux membres par –3 ?

Quizz (correction)

1) Lorsque l'on ajoute un même nombre aux 2membres d'une inégalité, on obtient

- Une inégalité de même sens
- Une inégalité de sens contraire

2) On ne conserve pas le sens de l'inégalité quand :

- On ajoute ou retire un même nombre aux 2membres de l'inégalité
- On multiplie ou divise par un nombre négatif les 2membres de l'inégalité
- On multiplie ou divise par un nombre positif les 2membres de l'inégalité

3) Si $a \leq b$ et $c \rangle 0$
Alors $a + c \leq b + c$

- Vrai
- Faux

4) Si $a \rangle b$ et $c \langle 0$
Alors $a.c \rangle b.c$

- Vrai
- Faux

2. Propriétés

2.1 Addition et ordre

Si on **ajoute (retire)** un même nombre réel aux deux membres d'une inégalité, on obtient une inégalité …… .

Si a, b et c $\in R$ **: ……**

2.2 Multiplication et ordre

Si on **multiplie (divise)** les deux membres d'une inégalité par un même nombre réel strictement **positif**, on obtient une inégalité …… .

Si a, b $\in R$ **et c** $\in R_0^+$ **:** ……

Si on **multiplie (divise)** les deux membres d'une inégalité par un même nombre réel strictement **négatif**, on obtient une inégalité …… .

Si a, b $\in R$ **et c** $\in R_0^-$ **:** ……

3. Inéquations

Connecte-toi sur le site de ***mathinverses*** et regarde les 2 **videos** présentes dans l'onglet Inéquations-> *inéquations* $a+x\rangle b$ *et inéquations* $ax\rangle b$. Ensuite, réponds aux questions du quizz sous l'onglet « résolution d'inéquations »

Quizz (correction)

1) Si $x+3\geq 4$ alors :

- $x\geq 1$
- $x\leq -1$
- $x\geq 7$

2) Si $-3x\geq 9$ alors :

- $x\geq -3$
- $x\leq 3$
- $x\leq -3$

3) Si $5x+2\rangle 17$

- $x\rangle 3$
- $x\langle 3$
- $x\rangle \frac{19}{5}$

3.1 exemples

$6x+\frac{1}{2}>\frac{1}{3}.(x+10)$	$2.(x+1)\leq 5.(x+2)$

3.2 observations

Contrairement à une équation du premier degré, une inéquation admet plusieurs solutions (plusieurs points de la droite graduée sont solutions de l'inéquation).

3.3 Représentations des solutions

Connecte-toi sur le site de ***mathinverses*** et regarde la **video** présente dans l'onglet Inéquations-> *Solutions d'inéquations.* Ensuite, complète le tableau ci-dessous.

L'ensemble des réels R est souvent représenté sur une droite graduée. En utilisant ce procédé, il est facile de noter des parties de cet ensemble.

Si a $\in R$, la condition imposée à x dans les différentes situations permet de définir des parties de R.

Ensemble des réels x	**Inégalité**	**Notation**	**Représentation**
inférieurs à a			
supérieurs à a			
inférieurs ou égaux à a			
supérieurs ou égaux à a			

Cas particuliers :

	Solution	Représentation
$0.x \rangle 0$		
$0.x \geq 0$		
$0.x \leq 0$		
$0.x \langle 0$		
$0.x \rangle 5$		
$0.x \langle 5$		
$0.x \langle -5$		
$0.x \rangle -5$		
$0.x \geq -2$		
$0.x \leq 7$		
$0.x \leq -3$		
$0.x \geq 4$		

3.4 Conclusions

Une inéquation se résout de la même façon qu'une équation, sauf qu'à la dernière ligne :

- si on multiplie (ou divise) chaque membre de l'inégalité par un même nombre positif différent de zéro, le sens de l'inégalité est …… .
- si on multiplie (ou divise) chaque membre de l'inégalité par un même nombre négatif différent de zéro, le sens de l'inégalité est …… .

3.5 Exercices

Résous les inéquations suivantes :

$2x - 7 > 8$	$x - 6 < 7 - 3x$
$2 + 4x \leq -7$	$2x - 7 \leq 3x - 2$
$5 - 2x < 14$	$12 - 5x < x - 60$
$7 - 5x > 8$	$15 - 7x < x - 17$
$14 - x \leq -9$	$20 + 4x \geq 5x + 15$

$$\frac{6x+4}{5} - \frac{2x+1}{4} \leq \frac{-x+6}{10}$$

$$\frac{1}{4} - \left(\frac{3x}{2} + x\right) < x - \frac{7}{2}$$

$$\frac{3x-14}{5} - \frac{13}{2} > \frac{7x}{3} - \frac{11.(x+3)}{6}$$

$$\frac{2x-3}{5} + \frac{x}{2} \leq \frac{3.(3x-2)}{10}$$

3.6 Problèmes

Connecte-toi sur le site de ***mathinverses*** et regarde la **video** présente dans l'onglet Inéquations-> *Résolution de problèmes.*
Celle-ci t'aidera à mieux aborder les exercices ci-dessous.

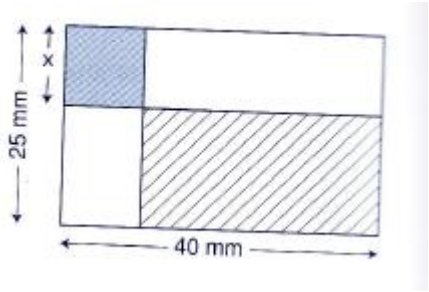
1) Virgile vient d'installer son commerce….Il vend du vin ! Pour commencer son activité, il a acheté 2types de vin. Il vend le premier 4euros par litre et le second 7euros par litre. Il souhaite mélanger ces deux vins pour obtenir et proposer à la vente 20cubis de 3litres au prix de 15euros par cubi. Quel mélange doit il effectuer ?

2) Julien a bien profité de son w-e festif de son village organisé à la fin mai. Il a néanmoins oublié que sa session d'examen est proche….trop proche…. Son cours de maths est composé de deux parties : algèbre et trigonométrie. Ces deux parties sont pondérées de manière identique. A quelque jour du début de la session, il pose le constat suivant : il lui reste 20 heures d'étude possible avant l'examen de math ; il estime que chaque heure qu'il consacre au cours d'algèbre lui fera gagner 1point lors de l'examen ; une heure d'étude de son cours de trigonométrie lui rapportera 0,5 point.

Il a parié avec son cousin qu'il obtiendrait la note de 12/20.

Combien d'heures doit-il étudier le cours d'algèbre et le cours de trigonométrie pour gagner son pari ? A-t-il bien fait de profiter du w-e festif de son village ?

3) Pour quelles valeurs de x, l'aire du carré grisé est-t-elle inférieure à celle du rectangle hachuré ? Représente la situation pour la valeur la plus grande de x, exprimée en millimètres entiers.



4) Une entreprise envisage la fabrication de pièces. Deux modes de fabrication sont possibles. Si l'on fabrique les pièces à l'unité, chaque pièce revient à 30 €. Si l'on envisage une fabrication en petite série, la fabrication d'une pièce coûte 15 € mais pour lancer la série il a fallu auparavant dépenser 1800 €.

a) Quel est dans chaque cas, le prix de revient total de la fabrication de 100 pièces ? de 150 pièces ?

b) On désigne par x le nombre de pièces fabriquées. Donne, dans chaque cas, l'expression du prix total de la fabrication des x pièces.

c) Détermine le nombre de pièces à partir duquel la fabrication en petite série est moins coûteuse.

5) Nicolas désire s'inscrire à un club vidéo. Après avoir pris ses renseignements, il dispose des tarifs de deux clubs.
Club 1 : l'abonnement coûte 30 € et la location de chaque cassette 4 €.
Club 2 : l'abonnement coûte 40 € et la location de chaque cassette 3 €.
À quel club va-t-il s'inscrire ? Aide-le à faire son choix.

6)Une entreprise de bâtiments doit construire une salle de sports. Avant de commencer les travaux, elle veut savoir s'il est plus économique de fabriquer le béton sur place, plutôt que de le faire venir prêt à l'emploi. Les prix sont les suivants :

- prix du béton prêt à l'emploi : 75 € le m^3 ;
- prix du béton préparé sur chantier :
  - frais fixes (installation, branchement…) : 3750 € ;
  - frais variables (sable, gravier, ciment…) : 45€ le m^3.

Détermine à partir de quel volume de béton il est plus rentable de fabriquer le béton sur place.