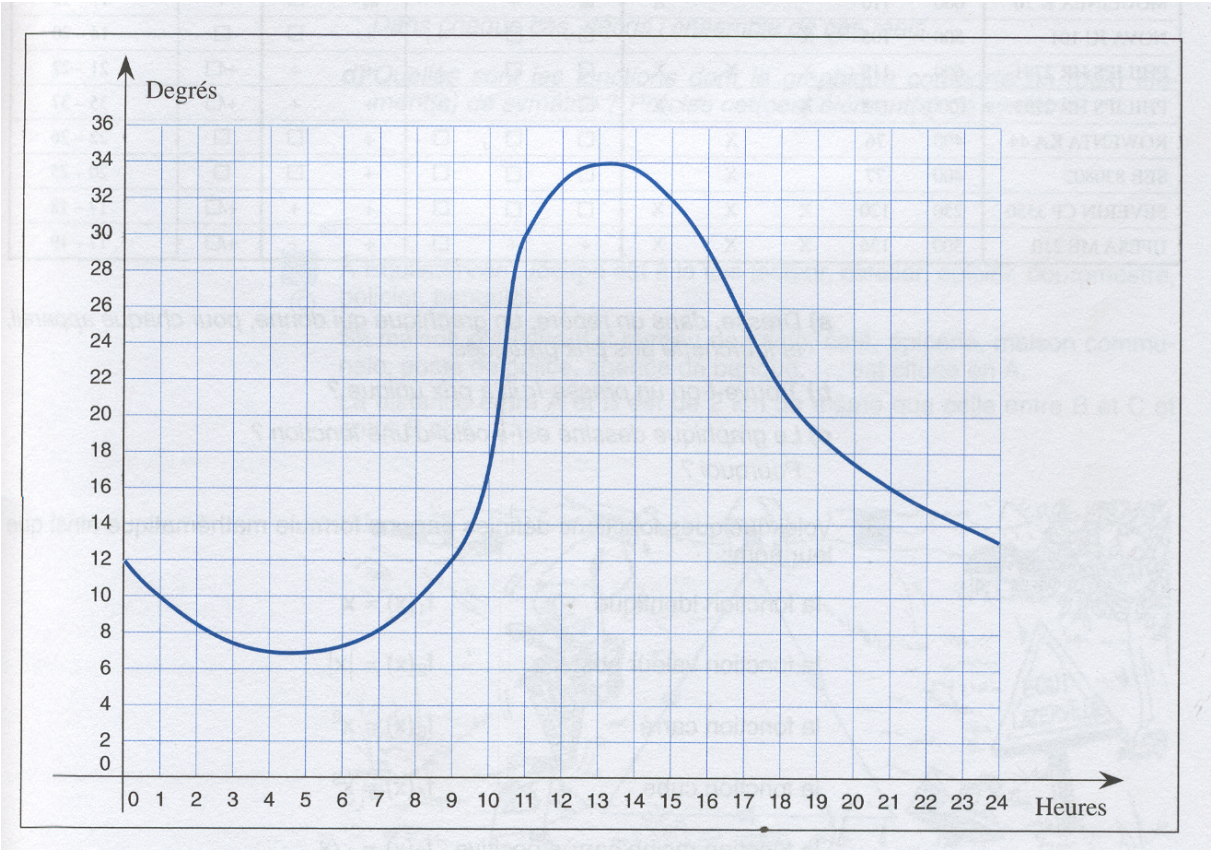
Chapitre IV : Les fonctions du premier degré

A. GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

1. Lecture d'un graphique

La température extérieure de ce 12 juillet à Norberville est donnée par le graphique suivant :



À l'aide du graphique de la page précédente, réponds aux questions suivantes.

1) Construis en pointillés les droites qui te permettent de répondre aux questions ci-dessous.

2) A quelle(s) heure(s) la température était-elle de 30°C ? ……

3) Quelle était la température à 5h ? ……

à 9h ? ……

à 12h ? ……

à 15h ? ……

à 19h ? ……

4) La santé de Jean Tousse n'est pas des meilleures : il ne peut sortir que lorsque la température extérieure est comprise entre 22° et 28°. A quels moments de la journée a-t-il pu sortir ? ……

2. Généralités sur les fonctions

Dans le graphique de la page 3, est-il possible, pour une heure précise donnée, d'avoir 2 températures différentes ? ……

⇒ Voilà pourquoi cette relation est une …… . En effet, la température est unique et prise en …… de l'heure.

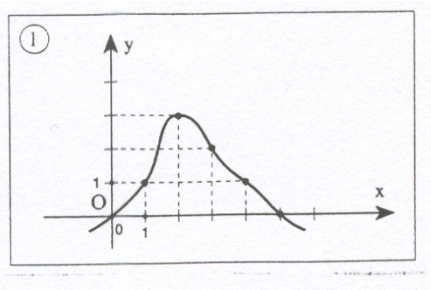
2.1. Définition

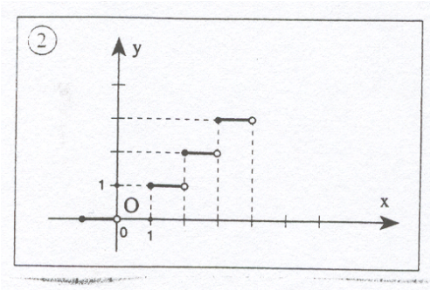
Une **fonction** est une relation qui, à chaque valeur de la variable x, fait correspondre ……

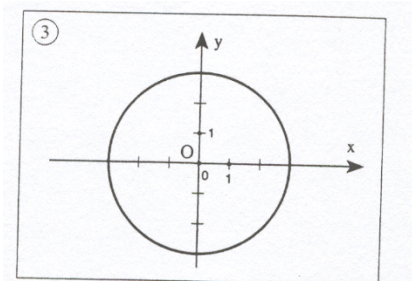
Pour exprimer que y est fonction de x, on écrit :

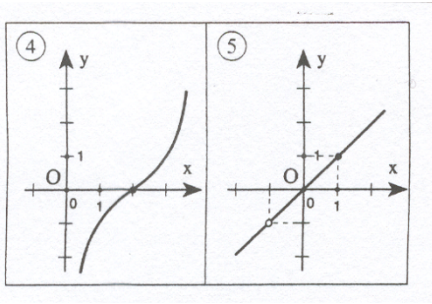
2.2. Exemples

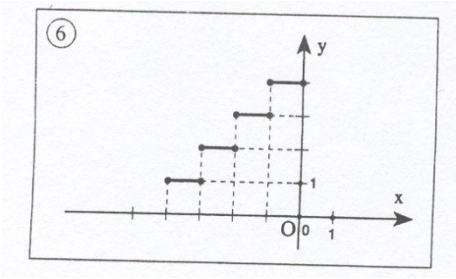
Les graphiques suivants sont-ils des graphiques de fonction ? Justifie ta réponse.

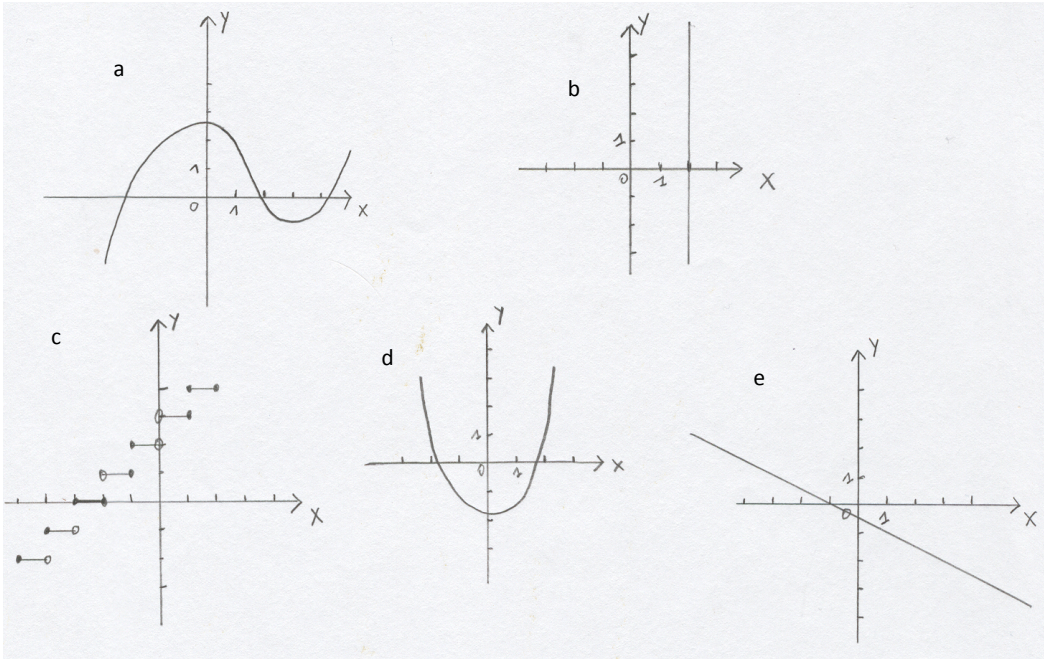












2.3. Conclusion

Donc, pour reconnaître qu'un graphique donné dans un repère cartésien **EST** ou n'**EST PAS** celui d'une fonction, on imagine toutes les parallèles à l'axe des y qui coupent le graphique. Si l'une d'elle rencontre le graphique **en plus d'un point**, le graphique **n'est pas** celui d'une fonction.

B. DES EXEMPLES DE FONCTIONS

1. Observe

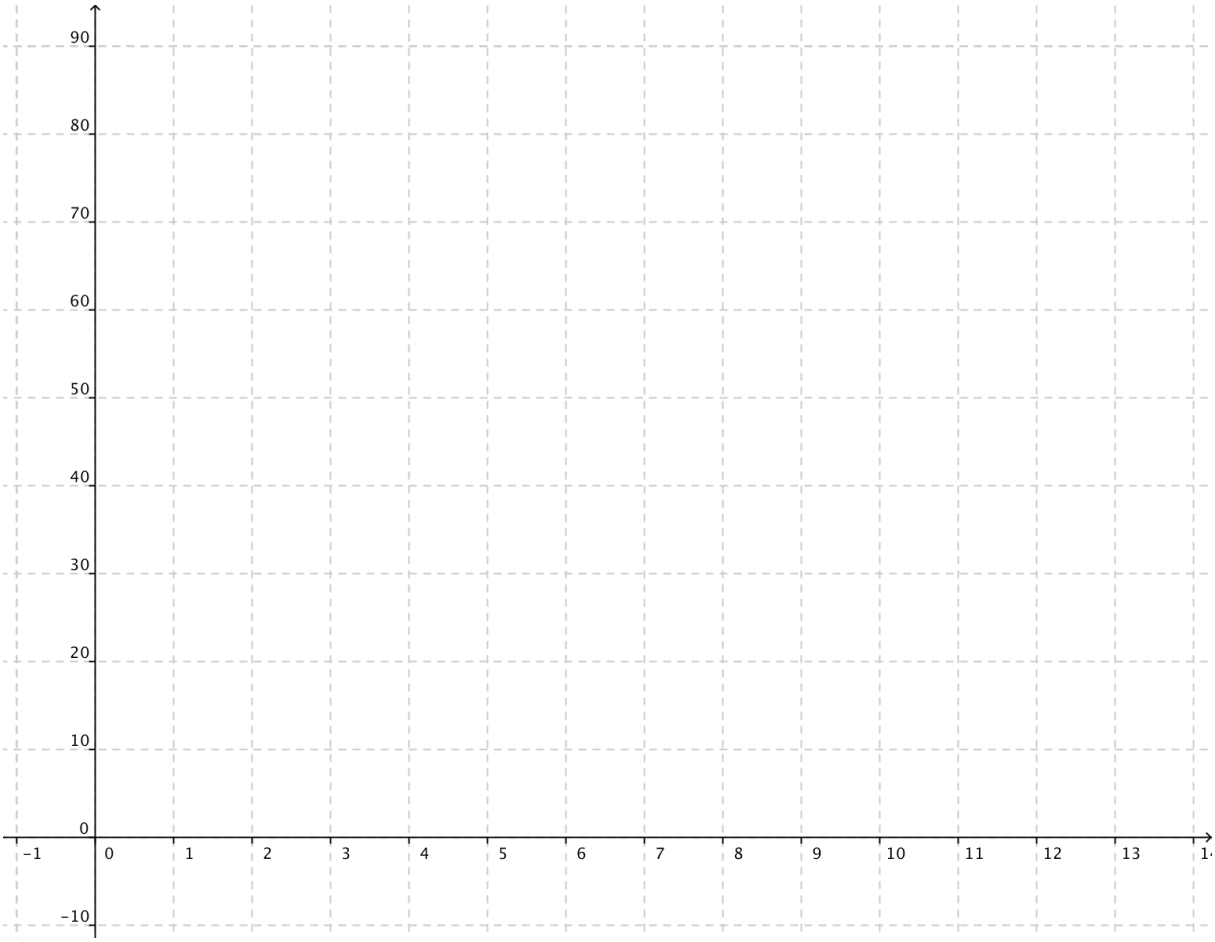
Voici des exemples de fonctions. Pour chacune réponds aux questions posées.

1. Exemple 1

Sachant qu'un ouvrier gagne environ 15€ de l'heure, étudions la relations entre le salaire d'un ouvrier et son temps de travail.

Complète le tableau suivant puis construis le graphique qui lui correspond.

Heures prestées	0	1	2	3	4	5	x
Salaire perçu (€)							



Observations

La relation entre le nombre d'heures prestées et le salaire perçu est

représenté par ……

Le salaire est …… des heures prestées.

Lecture du graphique

Si cet ouvrier travaille un certain temps, il gagne une certaine somme d'argent. s'il travaille le double du temps, il gagne exactement …… etc…

Si cet ouvrier ne travaille pas, il ne gagne ……, c'est évident ! La droite représentant le salaire en fonction des heures prestées passe donc par …… des axes (…… ; ……).

Notation

La formule qui lie le temps de travail au salaire perçu est ……

Cette fonction se note ……

ou ……

Synthèse

- Ce type de fonctions est appelée …… .
- Elles sont représentées par …… qui passe par …… …… (…… ; ……)
- Ces fonctions sont représentées par des grandeurs qui sont …… …… .
- La formule de ces fonctions est notée de façon générale :

$$f : \Re \rightarrow \Re : x \rightarrow y = mx$$

tel que | x est la ……

et | m est appelé ……

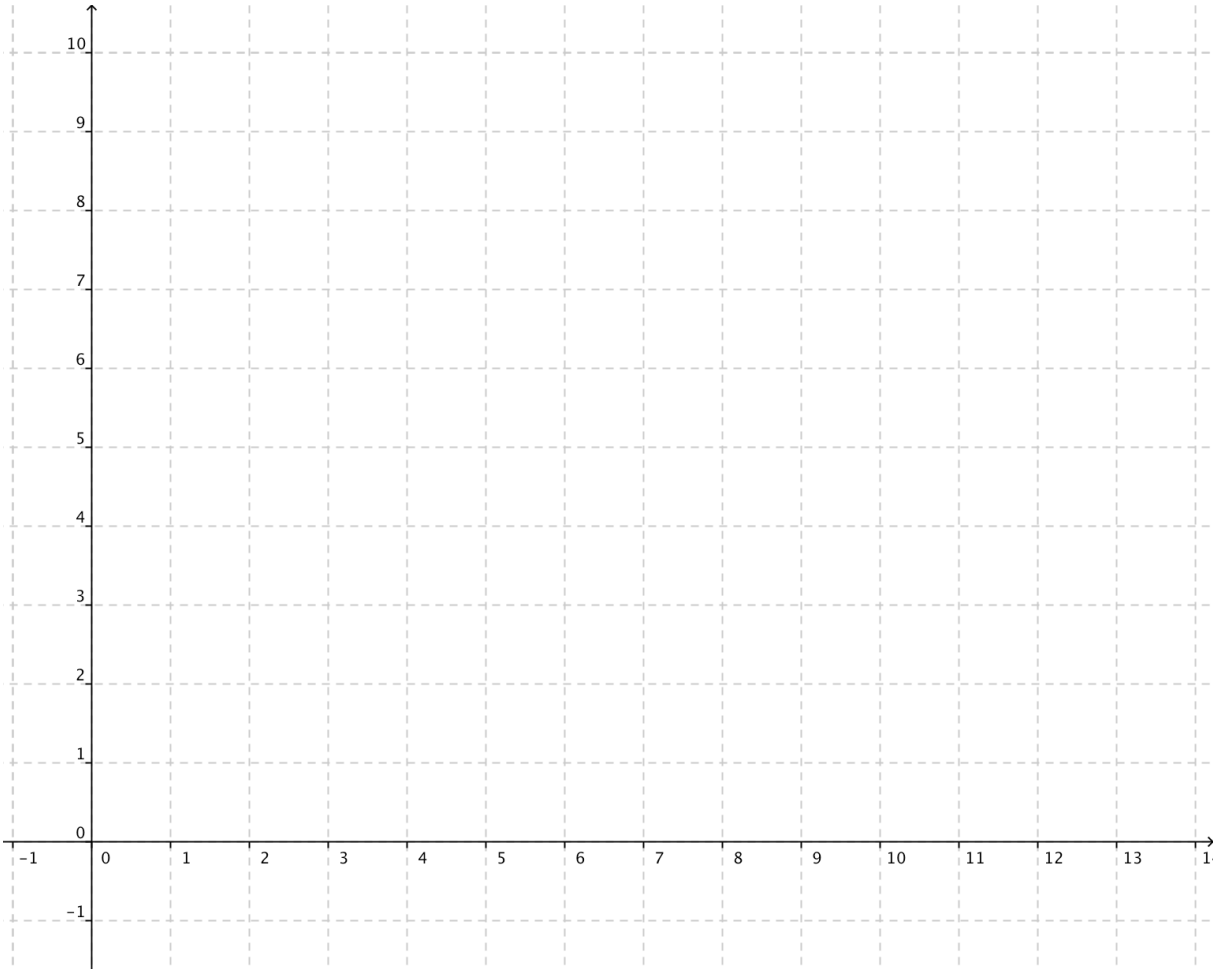
2. Exemple 2

Lorsqu'on prend un taxi, il faut payer un forfait de 2 €. Le taximan fait ensuite payer 0,50 € du kilomètre.

Etudions la relation qu'il y a entre le montant de la facture et le nombre de kilomètres parcourus.

Complète ce tableau puis trace le graphique qui lui correspond.

Nombre de kilomètres parcourus	0	1	2	3	4	5	x
Montant de la facture (€)							



Observations

Est-ce bien une fonction ? ……

Pourquoi ? ……

La relation entre le montant de la facture et le nombre de kilomètres parcourus est représentée graphiquement par …… qui ne passe pas par …… .

On peut alors dire que le montant de la facture est …… du nombre de kilomètres parcourus avec un …… au départ.

Lecture du graphique

Si je parcours un certain nombre de kilomètres en taxi, le montant de la facture représente une certaine somme d'argent. Si je parcours le triple de kilomètres, le montant de la facture …… .

Si je monte dans le taxi mais que je ne parcours aucun kilomètres, le montant de la facture sera de …… . Cela signifie que la droite ne passe pas par …… .

Notation

La formule qui lie le nombre de kilomètres parcourus et le montant de la facture est …… .

Cette fonction se note ……

ou ……

Synthèse

- Ces fonctions sont appelées …… .
- Elles sont représentées par …… qui ne passe pas par …… .
- Ces fonctions représentent des grandeurs qui ne sont pas …… …… .
- La formule de ces fonctions est notée de façon générale :

$$f : \Re \to \Re : x \to y = mx + p$$

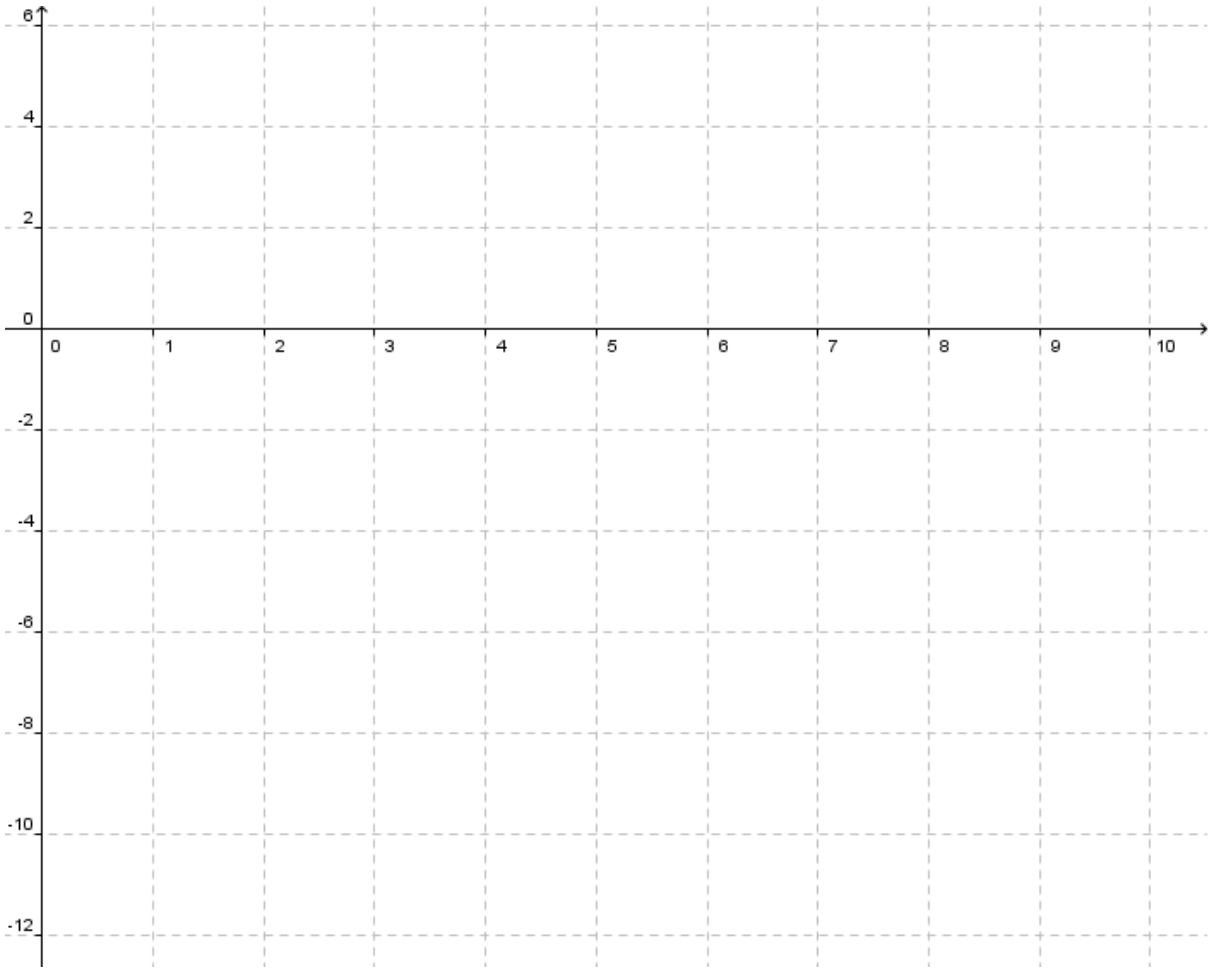
tel que | x est la ……
m est appelé ……
et | p est appelé ……

3. Exemple 3

Voici le tableau de la température intérieure d'un congélateur en fonction du temps :

Regarde attentivement ce tableau et complète la dernière colonne puis construis le graphique qui lui correspond.

Nombre de jours	0	1	2	3	4	5	x
Température en degrés celsius	-12	-12	-12	-12	-12	-12	



Observations

Est-ce bien une fonction ? ……

Pourquoi ? ……

La relation entre la température en degré et le nombre de jours est représentée graphiquement par …… qui est …… à l'axe des abscisses.

Lecture du graphique

Quel que soit le moment, la température intérieure du congélateur est de …… . On peut dire qu'elle reste …… (c'est d'ailleurs préférable pour la bonne conservation des aliments).

Notation

La formule qui lie le nombre de jours à la température est …… .

Cette fonction se note ……

ou ……

Synthèse

Ce type de fonction est appelé ……

La formule de ce type de fonction est notée de façon générale :

$$f : \Re \to \Re : x \to y = p \quad avec\ p \in \Re$$

4. Exemple 4

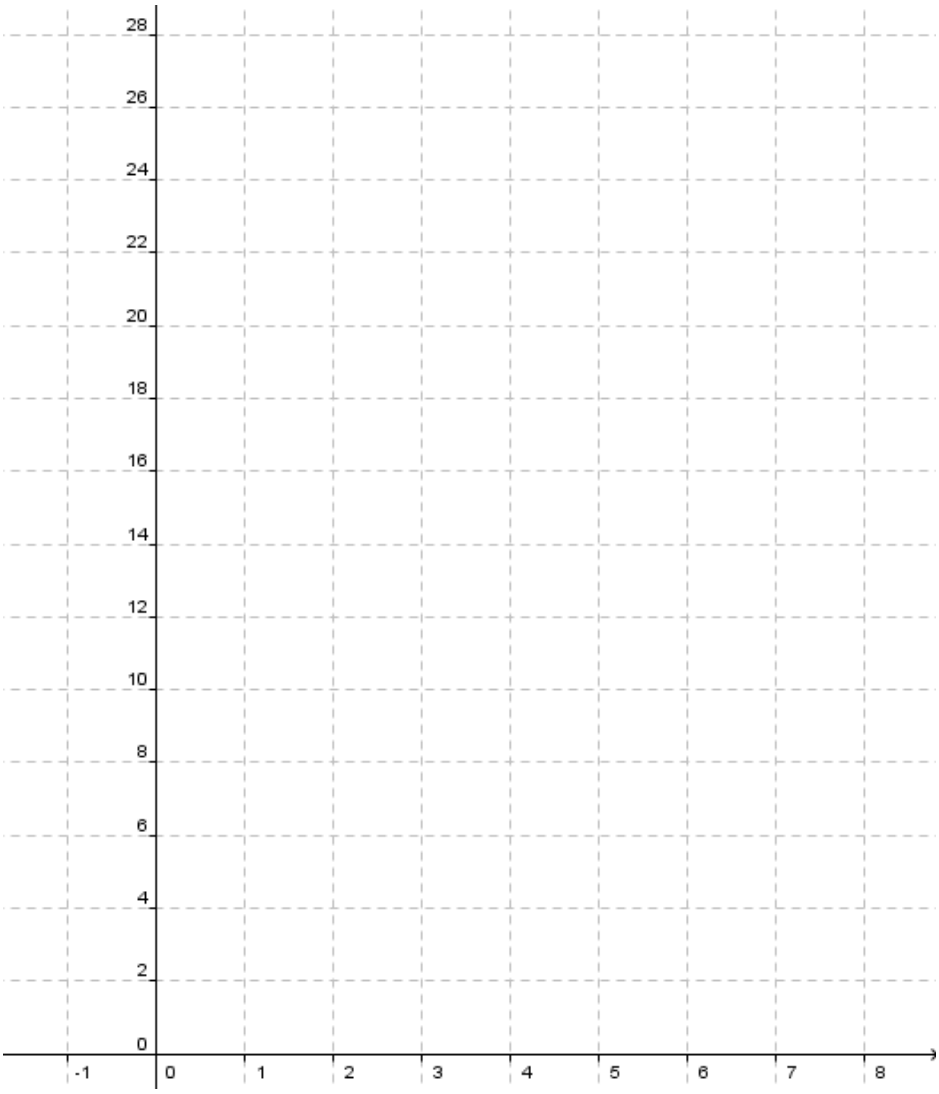
De quoi dépend la surface d'un carré ?

On dira que la surface du carré ……

de…….

Complète ce tableau puis trace le graphique qui lui correspond.

……	0	1	2	3	4	5	x
……							



Observations

Est-ce bien une fonction ? .....

Pourquoi ? .....

La relation entre la surface du carré et la longueur du côté du carré est représentée graphiquement par .....

On peut alors dire que la surface du carré est ..... de la longueur d'un côté de ce dernier.

Lecture du graphique

Si la longueur d'un côté du carré est un nombre de cm, la surface du carré représente un nombre en cm^2. Si la longueur d'un côté du carré est triplée, la surface sera …….

Notation

La formule qui lie la longueur d'un côté du carré et la surface du carré est : ……..

Cette fonction se note .....

Ou .....

Synthèse

Ces fonctions sont appelées ……

Elles sont représentées par …….. Ces fonctions représentent des grandeurs qui ne sont pas ……

La formule de ce type de fonction est notée de façon générale :

$$f : \Re \to \Re : x \to y = ax^2 + bx + c$$

Tel que x est la ……

a le ……,b le ……et c le ……

2. Synthèse

2. 1 Définition

Les fonctions constantes dans R sont du type

y = ……..dont la représentation graphique est ……

p est le ……..

Les fonctions du premier degré dans R sont des fonctions du type

y = …… dont la représentation graphique est …….

y = …… + …… est appelée …… cartésienne de la fonction ;

x est appelé la …… ;

m est le ……

p est le …… .

Les fonctions du 2ème degré dans R sont des fonctions du type

Y = ……. dont la représentation graphique est ……

Y = …… + …… + …….. est appelée ……..cartésienne de la fonction ;

x est appelée ……..

a le ……b le ……et c le ……..

2.2 Terminologie

Fonctions	**Équation cartésienne**	**Caractéristiques de la représentation graphique**
FONCTION CONSTANTE		
Fonction ……	Y = ……	…… ……
FONCTION DU DEGRE		
Fonction ……	Y = ……	…… ……
Fonction ……	Y = ……	…… ……
FONCTION DU DEGRE		
Fonction ……	Y = ……	…… ……

C. LES FONCTIONS DU PREMIER DEGRE

1. Construction de quelques droites de référence

Construis, sur un même repère, les droites dont voici les équations. N'oublie pas de d'abord faire le tableau de valeurs de chaque droite afin de choisir un repère adéquat.

$d_1 \equiv y = 3$ $\quad$ $d_3 \equiv y = 2x$ $\quad$ $d_5 \equiv x = 4$

$d_2 \equiv y = 2x - 1$ $\quad$ $d_4 \equiv y = -\frac{1}{2}x + 2$ $\quad$ $d_5 \equiv y = -3x + 2$

Remarque : les droites ci-dessus vont servir de référence pour la suite du cours.

$d_1 \equiv y = 3$

.....	-3	-2	-1	0	1	2	3	x
.....								

$d_3 \equiv y = 2x$

.....	-3	-2	-1	0	1	2	3	x
.....								

$d_5 \equiv x = 4$

.....								
.....								

$d_2 \equiv y = 2x - 1$

.....	-3	-2	-1	0	1	2	3	x
.....								

$d_4 \equiv y = -\frac{1}{2}x + 2$

.....	-3	-2	-1	0	1	2	3	x
.....								

$d_5 \equiv y = -3x + 2$

2. Racine d'une fonction

2.1. Définition

La racine d'une fonction est la valeur de x qui …… y. C'est …… du point d'intersection de la droite avec l'axe.

En d'autres mots :

Une racine (certains disent le zéro) d'une fonction est un réel dont l'image vaut 0.

2.2. Comment trouver la racine d'une fonction ?

2.2.1. Soit par observation graphique :

- Sur les graphiques de référence, pointe, en vert, la racine de chaque fonction.
- Détermine la coordonnée de chaque racine.
- Indique le procédé qui te permet de déterminer, graphiquement, la racine d'une fonction.

……

……

2.2.2. Soit par calcul :

- D'après ce que tu as pu observer, comment pourrais-tu trouver, par calcul, la racine d'une fonction ?

pour $y = x + 3$ pour $y = 2x + 6$ pour $y = 3x + 1$

- De manière générale, pour trouver la racine d'une fonction par calcul, il faut :

……

……

3. Croissance et décroissance

3.1. Introduction

A partir des droites de référence, réponds aux questions suivantes.

- Quelle(s) est(sont) la(les) fonction(s) croissante(s) ?

- Quelle(s) est(sont) la(les) fonction(s) décroissante(s) ?

- Y a-t-il une ou des fonction(s) qui n'est (ne sont) ni croissante(s) ni décroissante(s) ? Explique.

- Complète le tableau suivant puis compare les coefficients angulaires.

	Fonction ……		Fonction ……		Fonction ……	
Equation cartésienne						
Coefficient angulaire						

3.2. Conclusion

Dans la fonction suivante :

$f : x \rightarrow y = mx + p$

si ……, la fonction est …… ;

si ……, la fonction est …… ;

si ……, la fonction est …… .

4. Interprétation du terme indépendant

4.1. Exemples

- Sur les graphiques de référence, pointe, en rouge, l'intersection des droites avec l'axe des ordonnées.
- Etablis un lien entre ces points et l'équation cartésienne de chacune des droites.

4.2. Conclusion

Dans la fonction suivante :

$f : x \rightarrow y = mx + p$

p est …… appelé aussi

…… . C'est

…… avec l'axe des …… .

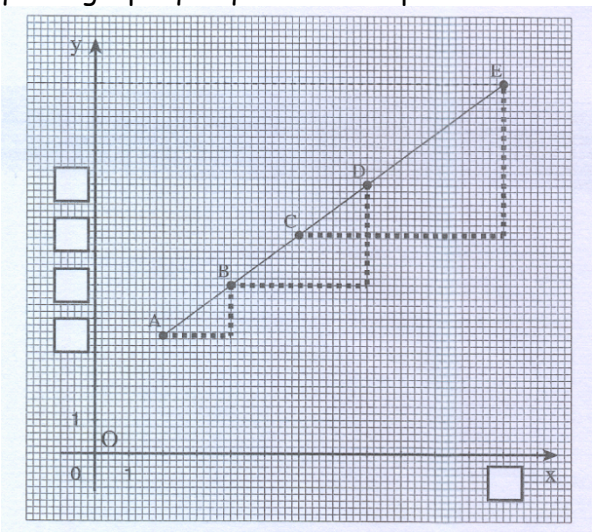
5. Pente ou coefficient angulaire d'une droite

5.1. Situation

Soit la fonction $f : x \rightarrow y = \frac{3}{4}x + 2$.

- Complète le tableau ci-dessous ainsi que le graphique qui lui correspond.

x	y	Points
2		A
4		B
6		C
8		D
	11	E



- Complète le tableau suivant (aide-toi du tableau précédant).

Abscisse de				Accroissement		Ordonnée de				Accroissement	
A		B		de A à B	$\Delta x =$	A		B		de A à B	$\Delta y =$
B		D		de B à D	$\Delta x =$	B		D		de B à D	$\Delta y =$
C		E		de C à E	$\Delta x =$	C		E		de C à E	$\Delta y =$

- Écris les rapports entre l'accroissement des ordonnées et celui des abscisses :

de A à B

$\frac{\Delta y}{\Delta x} =$

de B à D

$\frac{\Delta y}{\Delta x} =$

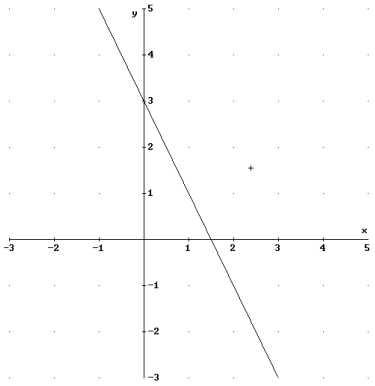
de C à E

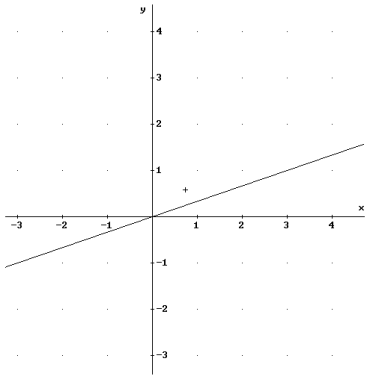
$\frac{\Delta y}{\Delta x} =$

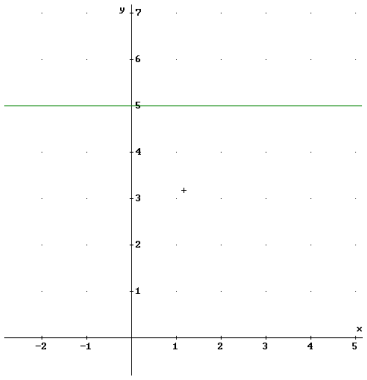
- Compare ces rapports et justifie ta comparaison.

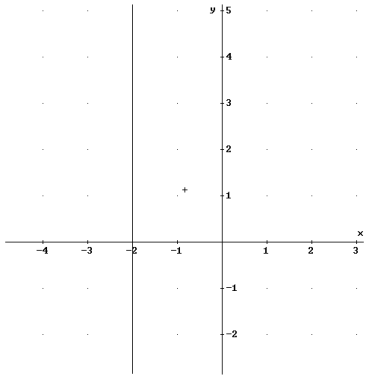
5.2. Exemples

- Voici les graphiques de quatre droites.









- Détermine la pente de chaque droite ci-dessus.

5.3. Situation réelle

Lorsque vous vous promenez le long des routes, vous observez, de temps à autres, la présence de panneaux routiers tels que celui représenté. Ce panneau signifie que, sur une distance horizontale de 100m, la route monte de 10 mètres. On dit que la pente est de 10 %.

5.4. Définition et détermination de la formule

5.4.1. Définition

La **pente d'une droite** est ……
……
……

5.4.2. Calcul de la pente

La pente d'une droite se détermine donc par le rapport entre la variations des ordonnées (y) et la variation des abscisses (x). Traduisons cela par un calcul :

6. <u>Analyse complète d'une fonction.</u>

1) Procède à l'analyse complète des fonctions suivantes

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x$$
$$f_2(x) = 0x$$
$$f_3(x) = -3x$$
$$f_4(x) = -2x + 2$$
$$f_5(x) = \frac{2x+5}{3}$$
$$f_6(x) = \frac{3}{2}x - 2$$

Pour cela, tu devras respecter la structure suivante :

a) Nom : linéaire/affine/constante
b) Racine
c) Coefficient angulaire ou pente
d) Croissance/Décroissance/Constance
e) Equation : forme explicite
   forme canonique
f) Tableau des valeurs
g) Graphique

2) *Voici une liste de fonctions. Observe-les bien et réponds aux questions ci-dessous.*

$f_1 : y = -3x$ $\quad$ $f_4 : y = x + 3$ $\quad$ $f_7 : y = \frac{1}{3}x - 2$

$f_2 : y = 2x - 6$ $\quad$ $f_5 : y = 3 + 2x$ $\quad$ $f_8 : y = \frac{-2}{5}x$

$f_3 : y = 3$ $\quad$ $f_6 : y = -x + 5$ $\quad$ $f_9 : y = \frac{-2}{5} + \frac{3}{4}x$

a) Repère les fonctions affines, linéaires et constantes.

b) Indique si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifie ta réponse.

- Le couple (2 ; -6) appartient à la fonction f_1.
- Le couple (-4 ; 1) appartient à la fonction f_2.
- Le couple (2 ; 3) appartient à la fonction f_3.
- Le couple (-1 ; 1) appartient à la fonction f_4.
- Le couple ($\frac{1}{2}$; 4) appartient à la fonction f_5.
- Le couple (0 ; 0) appartient à la fonction f_6.
- Le couple (-2 ; $-\frac{4}{3}$) appartient à la fonction f_7.
- Le couple (0 ; $-\frac{2}{5}$) appartient à la fonction f_8.
- Le couple (4 ; $\frac{13}{5}$) appartient à la fonction f_9.

7. Parallélisme et perpendicularité de deux droites

7.1. Parallélisme de deux droites

7.1.1. Découverte

A partir des droites de référence, réponds aux questions suivantes.

- Y a-t-il des droites parallèles ?
- Si oui, lesquelles ? Indique leur équation.
- Que remarques-tu en observant les équations cartésiennes ?

7.1.2. Conclusion

Deux droites sont parallèles lorsque ……
……

Deux droites dont la pente est identique sont ……
……

7.2. Perpendicularité de deux droites

7.2.1. Découverte

A partir des droites de référence, réponds aux questions suivantes.

- Y a-t-il des droites perpendiculaires ?
- Si oui, lesquelles ? Indique leur équation.
- Que remarques-tu en observant les équations cartésiennes ?

7.2.2. Conclusion

Deux droites sont perpendiculaires lorsque ……
……

Lorsque deux droites ont des pentes opposées et inverses, elles sont ……
……

9.3 Application

Sans représenter les droites, détermine celles qui sont parallèles et celles qui sont perpendiculaires.

- La droite a passe par les points (1 ; 5) et (3 ; 9).
- La droite b passe par les points (1 ; 5) et (3 ; -1).
- La droite c passe par les points (2 ; 1) et (5 ; 4).
- La droite d passe par les points (-1 ; 5) et (2 ; 7).
- La droite e passe par les points (-2 ; 5) et (4 ; -4).
- La droite f passe par les points (4 ; 2) et (2 ; 5).
- La droite g passe par les points (2 ; 0) et (-2 ; 12).
- La droite h passe par les points (-4 ; -1) et (-1 ; 5).
- La droite i passe par les points (-2 ; 3) et (1 ; 6).
- La droite j passe par les points (1 ; -1) et (7 ; 3).

8. Détermination de l'équation d'une droite

8.1. Rappels

L'expression $y = mx + p$ est la forme générale de l'équation d'une …… de pente …… et passant par le point (…… ; ……).

Pour déterminer l'équation d'une droite, il faut connaître les valeurs des coefficients m et p.

8.2. Recherche de m

Quatre possibilités pour trouver la pente *m* :

- Soit la pente (m) est donnée ;
- Soit la pente se calcule en utilisant la formule $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$;
- Soit la pente est égale à celle d'un droite parallèle à la droite donnée.
- Soit la pente est opposée et inverse à celle d'une droite perpendiculaire à la droite donnée.

8.3. Recherche de p

Deux possibilités pour trouver l'ordonnée à l'origine p :

- Soit l'ordonnée à l'origine (p) est donnée car la droite passe par le point (0 ; p) ;
- Soit, la pente étant connue, l'ordonnée à l'origine est trouvée en remplaçant, dans l'équation $y = mx + p$, x et y par les coordonnées d'un point de la droite.

Exemple

Détermine l'équation de la droite d de pente 2 et passant par le point (1 ; 3).

10.4 Détermine l'équation des droites répondant à ces conditions.

- La droite a passe par le point (0 ; 0) et sa pente vaut 3.
- La droite b passe par les points (0 ; 0) et (2 ; -3).
- La droite c passe par le point (0 ; 0) et est parallèle à la droite d'équation $y = 2x + 1$.
- La droite d passe par le point (0 ; 3) et sa pente vaut $\frac{1}{4}$.
- La droite e passe par le point (4 ; 3) et sa pente vaut $\frac{1}{2}$.
- La droite f passe par les points (0 ; 3) et (5 ; 0).
- La droite g passe par les points (-5 ; -3) et (-2 ; 6).
- La droite h passe par les points (1 ; 3) et (-1 ; 2).
- La droite i passe par les points (1 ; 4) et (4 ; 2).
- La droite j passe par les points (3 ; -1) et (3 ; 5).
- La droite k passe par les points (3 ; 2) et (5 ; 2).
- La droite l passe par le point (-1 ; 2) et est parallèle à la droite d'équation $y = -2x + 3$.
- La droite m passe par le point (2 ;-8) et est perpendiculaire à la droite d.