Chapitre IX : systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues

1. Problème d'introduction

Marie et Julien participent à un jeu télévisé. Chacun doit répondre à des questions bleues et des questions rouges.
Marie a répondu correctement à 6 questions bleues et 10 questions rouges. Elle a gagné 600 €.
Julien a répondu correctement à 8 questions bleues et 5 questions rouges, il a gagné 550 €.
Tu n'as vu que la fin de l'émission et tu te demandes combien rapporte une question bleue et combien rapporte une question rouge.

2. Résolution par la méthode graphique

Connecte-toi sur le site de mathinverses dans l'onglet ***Système d'équations à 2 inconnues -> introduction***
Manipule les points des 2 droites, déplace-les afin d'avoir une situation chaque fois différente. Comment se croisent-elles? En combien de points?
Note les situations que tu as envisagées et le nombre de solutions que tu obtiens dans chaque cas.
Ensuite, réalise le **quizz K1**.

Voici les 3 cas de solutions de systèmes d'équations à 2 inconnues.

Cas	Solution	Interprétation graphique
1er		
2ème		
3ème		

Trouve la solution de ce système par la méthode graphique:

$$\begin{cases} 6x+10y=600 \\ 8x+5y=550 \end{cases}$$

Forme explicite du système

$$\begin{cases} \qquad\qquad\qquad\qquad \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \qquad\qquad\qquad\qquad \end{cases}$$

Tableau de la 1ère équation

x	y

Tableau de la 2ème équation

x	y

Graphique

Solution :

Inconvénient de cette méthode :

3. Résolutions par la méthode de substitution

Substituer signifie .....
Ca signifie que l'on va chercher la valeur d'une des deux inconnues en fonction de l'autre inconnue.
On injectera ensuite cette valeur dans l'autre équation afin de trouver la valeur de cette inconnue.

Connecte-toi sur le site de mathinverses et regarde la **vidéo** présente dans l'onglet ***Système d'équations à 2 inconnues -> substitution***
Ensuite, réalise le **quizz K2**.

Quand utilise-t-on cette méthode?

Utilise cette méthode pour résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} x - 3y = -1 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

Pour résoudre algébriquement un système de 2 équations à 2 inconnues par la méthode de substitution,

- on ..... une inconnue dans une des deux équations ;
- dans l'autre équation, on ……. cette ……. par l'expression trouvée ;
- on résout l'équation à une inconnue ainsi obtenue ;
- dans la première équation, on ……. la …… par la …… qui vient d'être découverte ;
- on résout cette dernière équation à ……. ;
- on vérifie que les nombres vérifient les équations du système.

La solution cherchée est donnée par le ……. ainsi déterminé.

<u>Exerce-toi !</u>

a) $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 5x - 2y = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -4x + 5y = 10 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - y = 14 \\ 12x + 2y = -46 \end{cases}$

4. Résolution par la méthode des combinaisons linéaires

Combiner signifie .....
C'est exactement ce que l'on va faire pour utiliser cette méthode. On va unir les deux équations pour n'en former qu'une seule qui ne contiendra plus qu'une seule inconnue.

Connecte-toi sur le site de mathinverses et regarde la **vidéo** présente dans l'onglet ***Système d'équations à 2 inconnues -> combinaisons linéaires***
Ensuite, réalise le **quizz K3**.

Quand utilise-t-on cette méthode?

Utilise cette méthode pour résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

Pour résoudre algébriquement un système de 2 équations à 2 inconnues par la méthode des combinaisons linéaires,

- on multiplie les 2 membres de chaque équation par des réels de telle sorte que les coefficients d'une même inconnue soient …… dans chacune des équations ;
- on …….. membre à membre, les 2 équations ainsi obtenues ;
- on résout l'équation à une inconnue qui en résulte ;
- dans une des 2 équations de départ, on …….. la 2ème inconnue par la solution qui vient d'être découverte ;
- on résout cette dernière équation à ……. ;
- on vérifie que les nombres vérifient les équations du système.

La solution cherchée est donnée par le …….. ainsi déterminé.

<u>Exerce-toi !</u>

a) $\begin{cases} 4x-5y=7 \\ 2x+7y=-6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x+4y=16 \\ 2x-2y=20 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -4x+5y=6 \\ 3x+2y=7 \end{cases}$

5. Résolution par la méthode de Cramër

Connecte-toi sur le site de mathinverses et regarde la **vidéo** présente dans l'onglet ***Système d'équations à 2 inconnues -> méthode de Cramer***

Utilise cette méthode pour résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

ⓘ **les équations doivent toujours être exprimées sous la forme canonique**
(termes en x et en y à gauche, terme indépendant à droite du =)

$$\begin{cases} 6x+10y=600 \\ 8x+5y=550 \end{cases}$$

<u>Procédé :</u>

Nx	600 550	10 5	600.5 - 550.10 = 3000 – 5500 = -2500
Ny	6 8	600 550	6.550 – 8.600 = 3300 – 4800 = -1500
D	6 8	10 5	6.5 – 8.10 = 30 – 80 = -50

$$x=\frac{Nx}{D}=\frac{-2500}{-50}=50 \qquad y=\frac{Ny}{D}=\frac{-1500}{-50}=30$$

$$S=\{(50;30)\}$$

<u>Exerce-toi !!</u>

a) $\begin{cases} 3x-2y=2 \\ 5x-2y=6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x-y=4 \\ x+2y=7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x-2y=2 \\ 5x-2y=6 \end{cases}$

6. Résous par la méthode qui convient le mieux

a) $\begin{cases} \dfrac{x-y}{3} - \dfrac{x-y}{2} = 1 \\ x+y=3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{8} + \dfrac{y-2}{5} = 2 \\ 2x-21 = \dfrac{5-2y}{3} \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x-3y=8 \\ 2x+6y=4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x-2y=2 \\ 5x-2y=6 \end{cases}$

e) $\begin{cases} y=2x+3 \\ 3(x-2)-2(y-1)=y \end{cases}$

f) $\begin{cases} \dfrac{x-3}{2} - \dfrac{y+1}{3} + 1 = 0 \\ \dfrac{2x+1}{4} - \dfrac{3y-1}{8} = \dfrac{5}{4} \end{cases}$

7. Résolutions de problèmes

1. Comment payer la somme de 13,20 € avec 30 pièces, les unes de 0,20 €, les autres de 1 € ?

2. Deux nombres sont tels que leur produit augmenté de 30 égale le produit de ces mêmes nombres augmentés chacun de 5. Trouve ces deux nombres sachant qu'ils diffèrent de 5.

3. Trouve deux nombres sachant que le double de leur somme augmenté de 1 égale 3 et que la différence de leurs doubles diminuée de 5 égale 1.

4. Il y a 7 ans, la moitié de l'âge de mon oncle surpassait le mien de 2 ans. Aujourd'hui, mon âge surpasse de 5 ans les deux-cinquièmes de celui de mon oncle. Quels sont nos âges ?

5. Il y a 4 ans, l'âge d'un père était le quadruple de celui de son fils ; dans 10 ans, il n'en sera plus que le double. Quels sont leurs âges actuels ?

6. En ajoutant 63 à un nombre de deux chiffres, on obtient le nombre renversé ; le chiffre des dizaines augmenté de 1 vaut le tiers du chiffre des unités. Quel est ce nombre ?

7. Un nombre de 2 chiffres est tel qu'en y ajoutant 18, on obtient le nombre renversé, et qu'en le diminuant de 6, la différence égale quatre fois la somme des chiffres. Quel est ce nombre ?

8. Trouve 2 nombres tels qu'en additionnant le triple du second au double du premier, on obtienne 105 et qu'en retranchant le double du second au quintuple du premier, on obtienne 25.

9. Pendant une journée, un garagiste vend 700 litres d'essence sans plomb 98 et 850 litres d'essence sans plomb 95 pour un total de 1971,50 €. Le lendemain, il vend 800 litres d'essence sans plomb 98 et 300 litres d'essence sans plomb 95 pour un total de 1481 €. Calcule le prix d'un litre de chaque sorte d'essence.

10. Un nombre entier positif est formé de deux chiffres ; ce nombre égale 8 fois la somme des 2 chiffres ; la différence entre ce nombre entier et le nombre obtenu en intervertissant les 2 chiffres est de 45. Quel est ce nombre entier ?

11. J'ai deux fois l'âge que tu avais quand j'avais l'âge que tu as ! Quand tu auras l'âge que j'ai, la somme de nos deux âges sera de 63 ans. Quels sont nos deux âges ?